

**EBS**

중학도 역시 **EBS**

세상에 없던 새로운 공부법

**EBS 중학**

**뉴런**



**수학 3(상)**



무료 강의 제공

개념책

+

실전책

+

미니북

## 개념 5 인수분해 공식(3)

(1)  $x^2+(a+b)x+ab$ 의 인수분해

$$x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$$

(2)  $x^2+(a+b)x+ab$ 의 인수분해 방법

- ① 곱하여 상수항이 되는 두 정수를 모두 찾는다.
- ② ①의 두 수 중에서 합이  $x$ 의 계수가 되는 두 수  $a, b$ 를 찾는다.
- ③  $(x+a)(x+b)$ 의 꼴로 나타낸다.

$$x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$$

인수분해 공식

$$x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$$

곱셈공식

### 개념 확인 문제 8

다음은 다항식을 인수분해하는 과정이다. □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

(1)  $x^2+5x+6$

(2)  $x^2-7x+10$

## 개념 6 인수분해 공식(4)

(1)  $acx^2+(ad+bc)x+bd$ 의 인수분해

$$acx^2+(ad+bc)x+bd=(ax+b)(cx+d)$$

(2)  $acx^2+(ad+bc)x+bd$ 의 인수분해 방법

- ① 곱하여 이차항의 계수가 되는 두 정수  $a, c$ 를 세로로 나열한다.
- ② 곱하여 상수항이 되는 두 정수  $b, d$ 를 ①의 오른쪽에 세로로 나열한다.
- ③ ①, ②의 수를 대각선으로 곱하여 더한 값이 일차항의 계수가 되는 것을 찾는다.
- ④  $(ax+b)(cx+d)$ 의 꼴로 나타낸다.

$$acx^2+(ad+bc)x+bd=(ax+b)(cx+d)$$

인수분해 공식

$$acx^2+(ad+bc)x+bd=(ax+b)(cx+d)$$

곱셈공식

### 개념 확인 문제 9

다음은 다항식을 인수분해하는 과정이다. □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

(1)  $2x^2-x-3$

(2)  $3x^2+4x-4$

# 대표 예제

## 예제 1 공통인수를 이용한 인수분해

$a^2(x+y) - ab(x+y)$ 를 인수분해하면?

- ①  $(a^2 - ab)(x+y)$       ②  $a(b-a)(x+y)$
- ③  $a(a-b)(x+y)$       ④  $a(a+b)(x+y)$
- ⑤  $(a^2 + ab)(x+y)$

**풀이 전략**

공통인수를 찾아 공통인수로 묶어 낸다.

**풀이**

$$\begin{aligned} &a(x+y) \text{가 공통인수이므로} \\ &a^2(x+y) - ab(x+y) \\ &= a(x+y)(a-b) \\ &= a(a-b)(x+y) \end{aligned}$$

답 ③

### 유제 1

0301-0211

다음 중  $2x^2y - 6xy^2$ 의 인수가 아닌 것은?

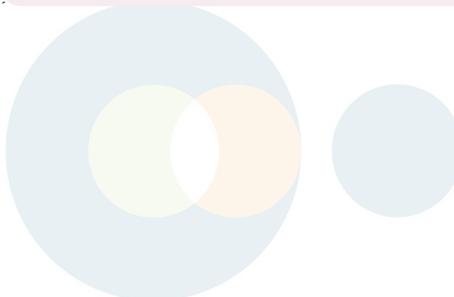
- ① 2                              ② x                              ③ xy
- ④  $y^2$                             ⑤  $x - 3y$

### 유제 2

0301-0212

$x(y-1) + 2(1-y)$ 를 인수분해하면?

- ①  $(x-2)(y-1)$               ②  $(x-2)(1-y)$
- ③  $(x-2)(y+1)$               ④  $(x+2)(y-1)$
- ⑤  $(x+2)(1-y)$



## 예제 2 인수분해 공식: $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$

$9x^2 - 24xy + 16y^2$ 이  $(ax+by)^2$ 로 인수분해될 때, 상수  $a, b$ 에 대하여  $a-b$ 의 값은? (단,  $a > 0$ )

- ① 6                              ② 7                              ③ 8
- ④ 9                              ⑤ 10

**풀이 전략**

$a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$ 임을 이용한다.

**풀이**

$$\begin{aligned} &9x^2 - 24xy + 16y^2 \\ &= (3x)^2 - 2 \times 3x \times 4y + (4y)^2 \\ &= (3x - 4y)^2 \end{aligned}$$

따라서  $a=3, b=-4$ 이므로  
 $a-b=3-(-4)=7$

답 ②

### 유제 3

0301-0213

다음 중  $4x^2 - 12x + 9$ 의 인수인 것은?

- ①  $x-3$                             ②  $2x-1$                         ③  $2x-3$
- ④  $3x-1$                             ⑤  $3x-2$

### 유제 4

0301-0214

다음 중 옳지 않은 것은?

- ①  $x^2 - 6x + 9 = (x-3)^2$
- ②  $x^2 + \frac{x}{2} + \frac{1}{16} = \left(x + \frac{1}{4}\right)^2$
- ③  $16x^2 - 8x + 1 = (4x-1)^2$
- ④  $3x^2 - 12x + 12 = 3(x-4)^2$
- ⑤  $25x^2 + 20xy + 4y^2 = (5x+2y)^2$



예제 3 완전제곱식 만들기

$4x^2 - 20x + a$ 가 완전제곱식이 되도록 하는 상수  $a$ 의 값은?

- ① 4                      ② 9                      ③ 16
- ④ 25                     ⑤ 36

풀이 전략

$x^2$ 항과 상수항은 각각 (일차식)<sup>2</sup>, (수)<sup>2</sup>의 꼴이어야 하고,  $x$ 항은 위의 일차식과 수에 대하여  $\pm 2 \times$ (일차식) $\times$ (수)의 꼴이어야 한다.

풀이

$$4x^2 - 20x + a$$

$$= (2x)^2 - 2 \times 2x \times 5 + 5^2$$

따라서  $a = 5^2 = 25$

답 ④

유제 5

0301-0215

$\frac{1}{16}x^2 - \frac{3}{2}x + A$ 가 완전제곱식이 되도록 하는 상수  $A$ 의 값은?

- ①  $\frac{1}{4}$                       ② 1                      ③ 4
- ④ 9                      ⑤ 16

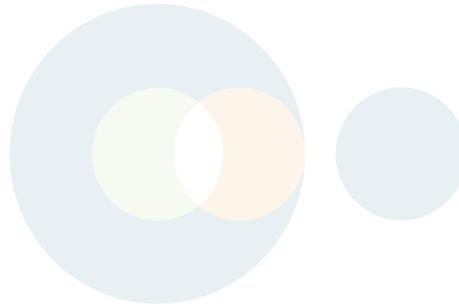
유제 6

0301-0216

$9x^2 + ax + 25$ 가 완전제곱식이 되도록 하는 양수  $a$ 의 값은?

- ① 20                      ② 24                      ③ 30
- ④ 32                      ⑤ 36

EBS



예제 4 인수분해 공식:  $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

$6x^2 - 24y^2$ 을 인수분해하면?

- ①  $2(3x+y)(3x-y)$       ②  $2(x+2y)(x-2y)$
- ③  $3(2x+y)(2x-y)$       ④  $3(x+2y)(x-2y)$
- ⑤  $6(x+2y)(x-2y)$

풀이 전략

$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ 임을 이용한다.

풀이

$$6x^2 - 24y^2$$

$$= 6(x^2 - 4y^2)$$

$$= 6(x+2y)(x-2y)$$

답 ⑤

유제 7

0301-0217

$16x^2 - 49 = (Ax+B)(Ax-B)$ 일 때, 자연수  $A, B$ 에 대하여  $B - A$ 의 값은?

- ① 1                      ② 2                      ③ 3
- ④ 4                      ⑤ 5

유제 8

0301-0218

다음 중  $a^4 - 1$ 의 인수가 아닌 것은?

- ① 1                      ②  $a - 1$                       ③  $a$
- ④  $a + 1$                       ⑤  $a^2 + 1$





예제 7 인수가 주어진 이차식의 미지수의 값 구하기

$x-30$ 이  $3x^2+ax-21$ 의 인수일 때, 상수  $a$ 의 값은?

- ① -16                      ② -10                      ③ -2
- ④ 2                            ⑤ 4

풀이 전략

다른 한 인수를  $3x+m$ 으로 놓는다.

풀이

$3x^2+ax-21=(x-3)(3x+m)$ 이라고 하면  
 $(x-3)(3x+m)=3x^2+(m-9)x-3m$   
 $a=m-9, -3m=-21$   
 $m=7$   
따라서  $a=7-9=-2$

답 ③

유제 13

0301-0223

$x-2$ 가  $4x^2+px-6$ 의 인수일 때, 상수  $p$ 의 값은?

- ① -5                          ② -1                          ③ 1
- ④ 5                            ⑤ 11

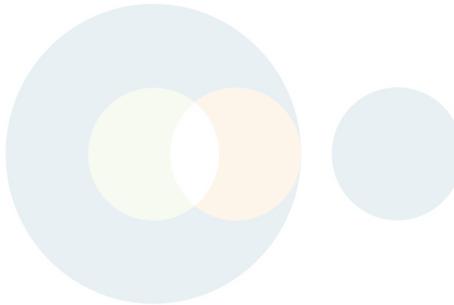
유제 14

0301-0224

$4x^2-8x+k$ 가  $2x+1$ 을 인수로 가질 때, 상수  $k$ 의 값은?

- ① -6                          ② -5                          ③ -3
- ④ 3                            ⑤ 5

EBS



예제 8 계수 또는 상수항을 잘못 보고 인수분해한 경우

어떤 이차식을 수아는  $x$ 의 계수를 잘못 보아  $(x+3)(x-8)$ 로 인수분해하였고, 시준이는 상수항을 잘못 보아  $(x-3)(x+5)$ 로 인수분해하였다. 처음 이차식을 구하시오.

풀이 전략

$x$ 의 계수를 잘못 본 경우  $x^2$ 의 계수와 상수항은 제대로 보았고, 상수항을 잘못 본 경우  $x^2$ 의 계수와  $x$ 의 계수는 제대로 보았다.

풀이

수아는  $x^2$ 의 계수와 상수항은 제대로 보았다.  
 $(x+3)(x-8)=x^2-5x-24$   
이므로  $x^2$ 의 계수는 1, 상수항은 -24  
시준이는  $x^2$ 의 계수와  $x$ 의 계수는 제대로 보았다.  
 $(x-3)(x+5)=x^2+2x-15$   
이므로  $x^2$ 의 계수는 1,  $x$ 의 계수는 2  
따라서 처음 이차식은  $x^2+2x-24$

답  $x^2+2x-24$

유제 15

0301-0225

어떤 이차식을 민식이는  $x$ 의 계수를 잘못 보아  $(x+2)(x-9)$ 로 인수분해하였고, 종호는 상수항을 잘못 보아  $(x+4)(x-7)$ 로 인수분해하였다. 처음 이차식을 구하시오.

유제 16

0301-0226

어떤 이차식을 재원이는  $x$ 의 계수를 잘못 보아  $(x+2)(x+10)$ 으로 인수분해하였고, 수영이는 상수항을 잘못 보아  $(x-2)(x+11)$ 로 인수분해하였다. 처음 이차식을 바르게 인수분해하시오.

### 개념 1 복잡한 식의 인수분해

(1) 공통인수가 있는 경우

공통인수로 묶어 낸 다음 인수분해한다.

예  $2x^2 + 4xy - 6x^2y = 2x(x + 2y - 3xy)$

(2) 공통부분이 있는 경우

공통부분을 한 문자로 놓고 인수분해한 후 공통부분에 다시 원래의 식을 대입하여 정리한다.

예  $(x+3)^2 + 2(x+3) + 1$ 에서  
 $x+3 = A$ 로 놓으면  $A^2 + 2A + 1 = (A+1)^2$   
 $A$  대신에  $x+3$ 을 대입하면  
 (주어진 식)  $= (x+3+1)^2 = (x+4)^2$

- 공통부분을 한 문자로 놓을 때는 주로 대문자  $A, B, X, Y$  등을 사용한다.
- 한 문자로 놓고 인수분해한 다음, 다시 원래의 식을 대입하여야 함에 유의한다.

### 개념 확인 문제 1

다음은 식을 인수분해하는 과정이다. □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

(1)  $2ax^2 - 6ax - 8a$   
 $= \square(x^2 - 3x - \square)$   
 $= \square(x+1)(x - \square)$

(2)  $(x+1)^2 + (x+1) - 6$   
 $= A^2 + A - 6$   
 $= (A-2)(A + \square)$   
 $= \square$

$\left. \begin{array}{l} x+1=A \text{라고 하면} \\ \text{인수분해하면} \\ A=x+1 \text{을 다시} \\ \text{대입하여 정리하면} \end{array} \right\}$

### 개념 2 인수분해 공식의 활용

(1) 수의 계산: 인수분해 공식을 이용할 수 있도록 수의 모양을 바꾸어 계산한다.

예 ①  $13 \times 25 + 13 \times 75 = 13(25 + 75)$   
 $= 13 \times 100 = 1300$   
 ②  $101^2 - 202 + 1 = 101^2 - 2 \times 101 \times 1 + 1^2$   
 $= (101 - 1)^2 = 100^2 = 10000$   
 ③  $78^2 - 22^2 = (78 + 22)(78 - 22)$   
 $= 100 \times 56 = 5600$

(2) 식의 값: 수를 대입할 때, 주어진 식을 인수분해한 후에 대입한다.

예  $x=102$ 일 때,  $x^2 - 4x + 4$ 의 값은  
 $x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2 = (102-2)^2 = 100^2 = 10000$

- 활용에 주로 이용되는 인수분해 공식  
 $ma + mb = m(a+b)$   
 $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$   
 $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$   
 $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$
- 식에 주어진 값을 대입하여 직접 계산할 수도 있지만, 식을 인수분해한 후에 대입하여 계산하면 편리할 때가 많다.

### 개념 확인 문제 2

인수분해 공식을 이용하여 다음을 계산하시오.

- (1)  $15 \times 97 - 15 \times 95$  (2)  $19^2 + 38 + 1$   
 (3)  $31^2 - 62 + 1$  (4)  $66^2 - 34^2$



## 예제 1 복잡한 식의 인수분해

다음 중  $2(x+1)^2+5(x+1)-12$ 의 인수인 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ①  $x+3$                       ②  $x+4$                       ③  $x+5$
- ④  $2x-3$                       ⑤  $2x-1$

### 풀이 전략

$x+1=A$ 로 놓고 인수분해한다.

### 풀이

$x+1=A$ 로 놓으면  
 $2A^2+5A-12=(A+4)(2A-3)$   
 $A$  대신에  $x+1$ 을 대입하면  
(주어진 식)  $= (x+5)(2x-1)$   
따라서 구하는 인수는  $x+5, 2x-1$

답 ③, ⑤

### 유제 1

0301-0227

$4a^3b+8a^2b-32ab$ 를 인수분해하면?

- ①  $2ab(2a-1)(a+4)$                       ②  $2ab(a-2)(2a+3)$
- ③  $4ab(a-2)(a-4)$                       ④  $4ab(a-2)(a+4)$
- ⑤  $4ab(a+2)(a-4)$

### 유제 2

0301-0228

$3(x-2)^2-7(x-2)-6=(3x+a)(x+b)$ 일 때, 상수  $a, b$ 에 대하여  $a+b$ 의 값은?

- ①  $-10$                       ②  $-9$                       ③  $-8$
- ④  $-7$                       ⑤  $-6$



## 예제 2 인수분해 공식을 이용한 수 또는 식의 계산

$x=4+\sqrt{3}, y=4-\sqrt{3}$ 일 때,  $x^2-y^2$ 의 값은?

- ①  $4\sqrt{3}$                       ②  $8$                       ③  $8\sqrt{3}$
- ④  $16$                       ⑤  $16\sqrt{3}$

### 풀이 전략

$x^2-y^2$ 을 인수분해한다.

### 풀이

$x+y=(4+\sqrt{3})+(4-\sqrt{3})=8$   
 $x-y=(4+\sqrt{3})-(4-\sqrt{3})=2\sqrt{3}$   
따라서  
 $x^2-y^2=(x+y)(x-y)$   
 $=8 \times 2\sqrt{3}=16\sqrt{3}$

답 ⑤

### 유제 3

0301-0229

$x=4.65, y=1.35$ 일 때,  $x^2+2xy+y^2$ 의 값은?

- ①  $25$                       ②  $32$                       ③  $36$
- ④  $40$                       ⑤  $49$

### 유제 4

0301-0230

$\frac{1}{8} \times 25^2 - \frac{1}{8} \times 21^2$ 을 계산하면?

- ①  $21$                       ②  $23$                       ③  $31$
- ④  $42$                       ⑤  $46$