

EBS

중학도 역시 **EBS**

세상에 없던 새로운 공부법

EBS 중학

뉴런



수학 3(상)



무료 강의 제공

개념책

+

실전책

+

미니북

개념 3 인수분해 공식(1)

(1) $a^2 \pm 2ab + b^2$ 의 인수분해

① $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

② $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

예 $a^2 - 2a + 1 = (a - 1)^2$

(2) 완전제곱식: 다항식의 제곱으로 된 식 또는 이러한 식에 상수를 곱한 식

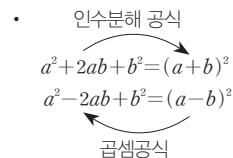
예 $(x + 2)^2, 3(x - 1)^2, -2(x + y)^2$ 등은 완전제곱식이다.

(3) 완전제곱식이 되기 위한 조건

$x^2 + ax + b$ 가 완전제곱식이 되기 위한 조건: $b = \left(\frac{a}{2}\right)^2$

참고 $x^2 + ax + b = x^2 + 2 \times x \times \frac{a}{2} + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \left(x + \frac{a}{2}\right)^2$ 에서 $b = \left(\frac{a}{2}\right)^2$

예 $x^2 + 2x + b$ 가 완전제곱식이 되기 위한 b 의 조건은 $b = \left(\frac{2}{2}\right)^2 = 1$



개념 확인 문제 5

다음은 다항식을 인수분해하는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

(1) $a^2 + 4a + 4 = a^2 + 2 \times a \times \square + \square^2 = (a + \square)^2$

(2) $x^2 - 6x + 9 = x^2 - 2 \times x \times \square + \square^2 = (x - \square)^2$

개념 확인 문제 6

다음 식을 인수분해하시오.

(1) $x^2 + 8x + 16$

(2) $a^2 - 10a + 25$

(3) $4x^2 + 4x + 1$

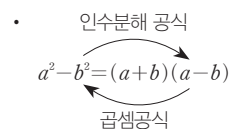
(4) $9a^2 + 6a + 1$

개념 4 인수분해 공식(2)

$a^2 - b^2$ 의 인수분해

$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

예 $x^2 - 4$ 를 인수분해하면 $x^2 - 4 = x^2 - 2^2 = (x + 2)(x - 2)$



개념 확인 문제 7

다음 식을 인수분해하시오.

(1) $x^2 - 9$

(2) $a^2 - 16$

(3) $4x^2 - 1$

(4) $9x^2 - 1$

개념 5 인수분해 공식(3)

(1) $x^2+(a+b)x+ab$ 의 인수분해

$$x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$$

(2) $x^2+(a+b)x+ab$ 의 인수분해 방법

- ① 곱하여 상수항이 되는 두 정수를 모두 찾는다.
- ② ①의 두 수 중에서 합이 x 의 계수가 되는 두 수 a, b 를 찾는다.
- ③ $(x+a)(x+b)$ 의 꼴로 나타낸다.

$$x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$$

인수분해 공식

$$x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$$

곱셈공식

개념 확인 문제 8

다음은 다항식을 인수분해하는 과정이다. □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

(1) x^2+5x+6

(2) $x^2-7x+10$

개념 6 인수분해 공식(4)

(1) $acx^2+(ad+bc)x+bd$ 의 인수분해

$$acx^2+(ad+bc)x+bd=(ax+b)(cx+d)$$

(2) $acx^2+(ad+bc)x+bd$ 의 인수분해 방법

- ① 곱하여 이차항의 계수가 되는 두 정수 a, c 를 세로로 나열한다.
- ② 곱하여 상수항이 되는 두 정수 b, d 를 ①의 오른쪽에 세로로 나열한다.
- ③ ①, ②의 수를 대각선으로 곱하여 더한 값이 일차항의 계수가 되는 것을 찾는다.
- ④ $(ax+b)(cx+d)$ 의 꼴로 나타낸다.

$$acx^2+(ad+bc)x+bd=(ax+b)(cx+d)$$

인수분해 공식

$$acx^2+(ad+bc)x+bd=(ax+b)(cx+d)$$

곱셈공식

개념 확인 문제 9

다음은 다항식을 인수분해하는 과정이다. □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

(1) $2x^2-x-3$

(2) $3x^2+4x-4$

대표 예제

예제 1 공통인수를 이용한 인수분해

$a^2(x+y) - ab(x+y)$ 를 인수분해하면?

- ① $(a^2 - ab)(x+y)$ ② $a(b-a)(x+y)$
- ③ $a(a-b)(x+y)$ ④ $a(a+b)(x+y)$
- ⑤ $(a^2 + ab)(x+y)$

풀이 전략

공통인수를 찾아 공통인수로 묶어 낸다.

풀이

$$\begin{aligned} &a(x+y) \text{가 공통인수이므로} \\ &a^2(x+y) - ab(x+y) \\ &= a(x+y)(a-b) \\ &= a(a-b)(x+y) \end{aligned}$$

답 ③

유제 1

0301-0211

다음 중 $2x^2y - 6xy^2$ 의 인수가 아닌 것은?

- ① 2 ② x ③ xy
- ④ y^2 ⑤ $x - 3y$

유제 2

0301-0212

$x(y-1) + 2(1-y)$ 를 인수분해하면?

- ① $(x-2)(y-1)$ ② $(x-2)(1-y)$
- ③ $(x-2)(y+1)$ ④ $(x+2)(y-1)$
- ⑤ $(x+2)(1-y)$



예제 2 인수분해 공식: $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$

$9x^2 - 24xy + 16y^2$ 이 $(ax+by)^2$ 로 인수분해될 때, 상수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 값은? (단, $a > 0$)

- ① 6 ② 7 ③ 8
- ④ 9 ⑤ 10

풀이 전략

$a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$ 임을 이용한다.

풀이

$$\begin{aligned} &9x^2 - 24xy + 16y^2 \\ &= (3x)^2 - 2 \times 3x \times 4y + (4y)^2 \\ &= (3x - 4y)^2 \end{aligned}$$

따라서 $a=3, b=-4$ 이므로
 $a-b=3-(-4)=7$

답 ②

유제 3

0301-0213

다음 중 $4x^2 - 12x + 9$ 의 인수인 것은?

- ① $x-3$ ② $2x-1$ ③ $2x-3$
- ④ $3x-1$ ⑤ $3x-2$

유제 4

0301-0214

다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $x^2 - 6x + 9 = (x-3)^2$
- ② $x^2 + \frac{x}{2} + \frac{1}{16} = \left(x + \frac{1}{4}\right)^2$
- ③ $16x^2 - 8x + 1 = (4x-1)^2$
- ④ $3x^2 - 12x + 12 = 3(x-4)^2$
- ⑤ $25x^2 + 20xy + 4y^2 = (5x+2y)^2$



예제 3 완전제곱식 만들기

$4x^2 - 20x + a$ 가 완전제곱식이 되도록 하는 상수 a 의 값은?

- ① 4 ② 9 ③ 16
- ④ 25 ⑤ 36

풀이 전략

x^2 항과 상수항은 각각 (일차식)², (수)²의 꼴이어야 하고, x 항은 위의 일차식과 수에 대하여 $\pm 2 \times$ (일차식) \times (수)의 꼴이어야 한다.

풀이

$$4x^2 - 20x + a$$

$$= (2x)^2 - 2 \times 2x \times 5 + 5^2$$

따라서 $a = 5^2 = 25$

답 ④

유제 5

0301-0215

$\frac{1}{16}x^2 - \frac{3}{2}x + A$ 가 완전제곱식이 되도록 하는 상수 A 의 값은?

- ① $\frac{1}{4}$ ② 1 ③ 4
- ④ 9 ⑤ 16

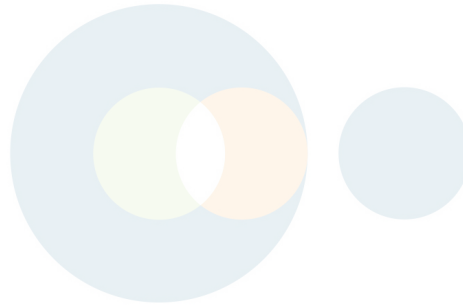
유제 6

0301-0216

$9x^2 + ax + 25$ 가 완전제곱식이 되도록 하는 양수 a 의 값은?

- ① 20 ② 24 ③ 30
- ④ 32 ⑤ 36

EBS



예제 4 인수분해 공식: $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

$6x^2 - 24y^2$ 을 인수분해하면?

- ① $2(3x+y)(3x-y)$ ② $2(x+2y)(x-2y)$
- ③ $3(2x+y)(2x-y)$ ④ $3(x+2y)(x-2y)$
- ⑤ $6(x+2y)(x-2y)$

풀이 전략

$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ 임을 이용한다.

풀이

$$6x^2 - 24y^2$$

$$= 6(x^2 - 4y^2)$$

$$= 6(x+2y)(x-2y)$$

답 ⑤

유제 7

0301-0217

$16x^2 - 49 = (Ax+B)(Ax-B)$ 일 때, 자연수 A, B 에 대하여 $B - A$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

유제 8

0301-0218

다음 중 $a^4 - 1$ 의 인수가 아닌 것은?

- ① 1 ② $a - 1$ ③ a
- ④ $a + 1$ ⑤ $a^2 + 1$

예제 5 인수분해 공식: $x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$

$x^2 + 5x - 14$ 가 $(x+a)(x+b)$ 로 인수분해될 때, 상수 a , b 에 대하여 $a-b$ 의 값은? (단, $a > b$)

- ① 6 ② 7 ③ 8
 ④ 9 ⑤ 10

풀이 전략

$x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$ 임을 이용한다.

풀이

$$x^2 + 5x - 14$$

$$\begin{array}{l} x \quad \nearrow \quad 7 \quad \rightarrow \quad 7x \\ x \quad \searrow \quad -2 \quad \rightarrow \quad -2x \quad (+ \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 5x \end{array}$$

$$x^2 + 5x - 14 = (x+7)(x-2)$$

따라서 $a=7, b=-2$ 이므로

$$a-b = 7 - (-2) = 9$$

답 ④

유제 9

0301-0219

$x^2 + 8x + 12 = (x+a)(x+b)$ 로 인수분해될 때, 상수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 값은? (단, $a > b$)

- ① 2 ② 3 ③ 4
 ④ 5 ⑤ 6

유제 10

0301-0220

다음 중 $x^2 + 3x - 18$ 의 인수인 것은?

- ① $x-6$ ② $x-2$ ③ $x+2$
 ④ $x+3$ ⑤ $x+6$



예제 6 인수분해 공식: $acx^2 + (ad+bc)x + bd = (ax+b)(cx+d)$

다음 중 $2x^2 + 5x - 12$ 의 인수인 것은?

- ① $x-2$ ② $x-3$ ③ $x-4$
 ④ $x+3$ ⑤ $x+4$

풀이 전략

$acx^2 + (ad+bc)x + bd = (ax+b)(cx+d)$ 임을 이용한다.

풀이

$$2x^2 + 5x - 12$$

$$\begin{array}{l} x \quad \nearrow \quad 4 \quad \rightarrow \quad 8x \\ 2x \quad \searrow \quad -3 \quad \rightarrow \quad -3x \quad (+ \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 5x \end{array}$$

$$2x^2 + 5x - 12 = (x+4)(2x-3)$$

따라서 인수인 것은 $x+4, 2x-3$

답 ⑤

유제 11

0301-0221

$3x^2 + 2x - 8$ 을 인수분해하면 $(x+a)(3x+b)$ 일 때, 상수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4
 ④ 5 ⑤ 6

유제 12

0301-0222

다음 중 $6x^2 - 19x + 10$ 의 인수인 것은?

- ① $2x-5$ ② $2x+5$ ③ $3x-5$
 ④ $3x+2$ ⑤ $3x+5$



예제 7 인수가 주어진 이차식의 미지수의 값 구하기

$x-30$ 이 $3x^2+ax-21$ 의 인수일 때, 상수 a 의 값은?

- ① -16 ② -10 ③ -2
- ④ 2 ⑤ 4

풀이 전략

다른 한 인수를 $3x+m$ 으로 놓는다.

풀이

$3x^2+ax-21=(x-3)(3x+m)$ 이라고 하면
 $(x-3)(3x+m)=3x^2+(m-9)x-3m$
 $a=m-9, -3m=-21$
 $m=7$
따라서 $a=7-9=-2$

답 ③

유제 13

0301-0223

$x-2$ 가 $4x^2+px-6$ 의 인수일 때, 상수 p 의 값은?

- ① -5 ② -1 ③ 1
- ④ 5 ⑤ 11

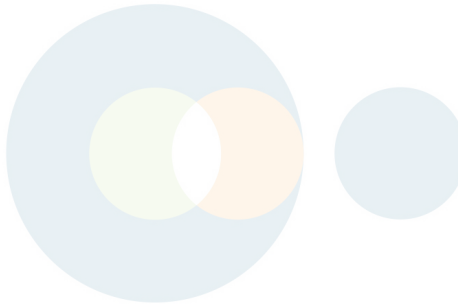
유제 14

0301-0224

$4x^2-8x+k$ 가 $2x+1$ 을 인수로 가질 때, 상수 k 의 값은?

- ① -6 ② -5 ③ -3
- ④ 3 ⑤ 5

EBS



예제 8 계수 또는 상수항을 잘못 보고 인수분해한 경우

어떤 이차식을 수아는 x 의 계수를 잘못 보아 $(x+3)(x-8)$ 로 인수분해하였고, 시준이는 상수항을 잘못 보아 $(x-3)(x+5)$ 로 인수분해하였다. 처음 이차식을 구하시오.

풀이 전략

x 의 계수를 잘못 본 경우 x^2 의 계수와 상수항은 제대로 보았고, 상수항을 잘못 본 경우 x^2 의 계수와 x 의 계수는 제대로 보았다.

풀이

수아는 x^2 의 계수와 상수항은 제대로 보았다.
 $(x+3)(x-8)=x^2-5x-24$
이므로 x^2 의 계수는 1, 상수항은 -24
시준이는 x^2 의 계수와 x 의 계수는 제대로 보았다.
 $(x-3)(x+5)=x^2+2x-15$
이므로 x^2 의 계수는 1, x 의 계수는 2
따라서 처음 이차식은 $x^2+2x-24$

답 $x^2+2x-24$

유제 15

0301-0225

어떤 이차식을 민식이는 x 의 계수를 잘못 보아 $(x+2)(x-9)$ 로 인수분해하였고, 종호는 상수항을 잘못 보아 $(x+4)(x-7)$ 로 인수분해하였다. 처음 이차식을 구하시오.

유제 16

0301-0226

어떤 이차식을 재원이는 x 의 계수를 잘못 보아 $(x+2)(x+10)$ 으로 인수분해하였고, 수영이는 상수항을 잘못 보아 $(x-2)(x+11)$ 로 인수분해하였다. 처음 이차식을 바르게 인수분해하시오.

개념 1 복잡한 식의 인수분해

(1) 공통인수가 있는 경우

공통인수로 묶어 낸 다음 인수분해한다.

예 $2x^2 + 4xy - 6x^2y = 2x(x + 2y - 3xy)$

(2) 공통부분이 있는 경우

공통부분을 한 문자로 놓고 인수분해한 후 공통부분에 다시 원래의 식을 대입하여 정리한다.

예 $(x+3)^2 + 2(x+3) + 1$ 에서
 $x+3 = A$ 로 놓으면 $A^2 + 2A + 1 = (A+1)^2$
 A 대신에 $x+3$ 을 대입하면
 (주어진 식) $= (x+3+1)^2 = (x+4)^2$

• 공통부분을 한 문자로 놓을 때는 주로 대문자 A, B, X, Y 등을 사용한다.

• 한 문자로 놓고 인수분해한 다음, 다시 원래의 식을 대입하여야 함에 유의한다.

개념 확인 문제 1

다음은 식을 인수분해하는 과정이다. □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

(1) $2ax^2 - 6ax - 8a$
 $= \square(x^2 - 3x - \square)$
 $= \square(x+1)(x - \square)$

(2) $(x+1)^2 + (x+1) - 6$
 $= A^2 + A - 6$
 $= (A-2)(A + \square)$
 $= \square$

$\left. \begin{array}{l} x+1 = A \text{라고 하면} \\ \text{인수분해하면} \\ A = x+1 \text{을 다시} \\ \text{대입하여 정리하면} \end{array} \right\}$

개념 2 인수분해 공식의 활용

(1) 수의 계산: 인수분해 공식을 이용할 수 있도록 수의 모양을 바꾸어 계산한다.

예 ① $13 \times 25 + 13 \times 75 = 13(25 + 75)$
 $= 13 \times 100 = 1300$
 ② $101^2 - 202 + 1 = 101^2 - 2 \times 101 \times 1 + 1^2$
 $= (101 - 1)^2 = 100^2 = 10000$
 ③ $78^2 - 22^2 = (78 + 22)(78 - 22)$
 $= 100 \times 56 = 5600$

(2) 식의 값: 수를 대입할 때, 주어진 식을 인수분해한 후에 대입한다.

예 $x = 102$ 일 때, $x^2 - 4x + 4$ 의 값은
 $x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2 = (102-2)^2 = 100^2 = 10000$

• 활용에 주로 이용되는 인수분해 공식

$ma + mb = m(a+b)$
 $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$
 $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$
 $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

• 식에 주어진 값을 대입하여 직접 계산할 수도 있지만, 식을 인수분해한 후에 대입하여 계산하면 편리할 때가 많다.

개념 확인 문제 2

인수분해 공식을 이용하여 다음을 계산하시오.

- (1) $15 \times 97 - 15 \times 95$ (2) $19^2 + 38 + 1$
 (3) $31^2 - 62 + 1$ (4) $66^2 - 34^2$



예제 1 복잡한 식의 인수분해

다음 중 $2(x+1)^2+5(x+1)-12$ 의 인수인 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① $x+3$ ② $x+4$ ③ $x+5$
- ④ $2x-3$ ⑤ $2x-1$

풀이 전략

$x+1=A$ 로 놓고 인수분해한다.

풀이

$x+1=A$ 로 놓으면
 $2A^2+5A-12=(A+4)(2A-3)$
 A 대신에 $x+1$ 을 대입하면
(주어진 식) $= (x+5)(2x-1)$
따라서 구하는 인수는 $x+5, 2x-1$

답 ③, ⑤

유제 1

0301-0227

$4a^3b+8a^2b-32ab$ 를 인수분해하면?

- ① $2ab(2a-1)(a+4)$ ② $2ab(a-2)(2a+3)$
- ③ $4ab(a-2)(a-4)$ ④ $4ab(a-2)(a+4)$
- ⑤ $4ab(a+2)(a-4)$

유제 2

0301-0228

$3(x-2)^2-7(x-2)-6=(3x+a)(x+b)$ 일 때, 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

- ① -10 ② -9 ③ -8
- ④ -7 ⑤ -6



예제 2 인수분해 공식을 이용한 수 또는 식의 계산

$x=4+\sqrt{3}, y=4-\sqrt{3}$ 일 때, x^2-y^2 의 값은?

- ① $4\sqrt{3}$ ② 8 ③ $8\sqrt{3}$
- ④ 16 ⑤ $16\sqrt{3}$

풀이 전략

x^2-y^2 을 인수분해한다.

풀이

$x+y=(4+\sqrt{3})+(4-\sqrt{3})=8$
 $x-y=(4+\sqrt{3})-(4-\sqrt{3})=2\sqrt{3}$
따라서
 $x^2-y^2=(x+y)(x-y)$
 $=8 \times 2\sqrt{3}=16\sqrt{3}$

답 ⑤

유제 3

0301-0229

$x=4.65, y=1.35$ 일 때, $x^2+2xy+y^2$ 의 값은?

- ① 25 ② 32 ③ 36
- ④ 40 ⑤ 49

유제 4

0301-0230

$\frac{1}{8} \times 25^2 - \frac{1}{8} \times 21^2$ 을 계산하면?

- ① 21 ② 23 ③ 31
- ④ 42 ⑤ 46